

## **Esercitazione: Valutazione delle Vibrazioni - ponderazione UNI 9614**

Lo scopo di questa esercitazione è quello di valutare il livello di una vibrazione, sia nel dominio del tempo che in quello delle frequenze e successivamente ponderare un segnale di vibrazione in relazione al suo contenuto spettrale.

Per semplicità e per finalità esclusivamente didattiche si utilizzerà un semplice smartphone per l'acquisizione di un segnale di vibrazione. Si seguirà poi quanto riportato dalla norma UNI 9614 per valutare il livello di una vibrazione trasmessa dall'ambiente in un edificio sui dati effettivamente acquisiti.

Le modalità operative sono esclusivamente didattiche e verranno introdotte una serie di semplificazioni non applicabili nelle operazioni reali.

### **1) Dati disponibili e acquisizioni personali**

Per l'esercitazione è possibile acquisire i dati dal proprio smartphone (modalità consigliata) oppure elaborare quelli disponibili :

- **tavolo.tv** file proveniente dalla app di android
- **tavolo.txt** file convertito formato ASCII con colonna dei tempo (per programma DFT)
- **tavolo.xlsx** file dei dati grezzi in formato Excel

Considerare per tutti la frequenza convenzionale di acquisizione pari a 200 Hz. I valori di accelerazione sono espressi in  $m/s^2$ .

- **ProvaFiltro-2019.xlsx** filtraggio numerico nel dominio del tempo

### **2) Analisi richieste**

Si richiede, per il segnale indicato al paragrafo 5 (pag. 7) composto da due armoniche:

1. valutare nel dominio del tempo il valore di RMS;
2. calcolare lo spettro di potenza (nel dominio della frequenza);
3. il valore di RMS valutato nel dominio delle frequenze; (confrontare con i risultati ottenuti precedentemente e quelli attesi teoricamente secondo la definizione del segnale);
4. valutare nel dominio del tempo il valore di RMS per il segnale filtrato con filtro del primo ordine (paragrafo 5);
5. valutare nel dominio delle frequenze il valore di RMS per il segnale filtrato con filtro del primo ordine (paragrafo 5)

Si chiede di analizzare e commentare i risultati ottenuti

Si richiede, per un segnale reale acquisito mediante smartphone:

1. rappresentare nel dominio del tempo il segnale;
2. valutare nel dominio del tempo il valore di RMS;
3. calcolare lo spettro di potenza (nel dominio della frequenza);
4. il valore di RMS valutato nel dominio delle frequenze; (confrontare con i risultati ottenuti precedentemente e quelli attesi teoricamente secondo la definizione del segnale);
5. valutare il valore RMS del segnale ponderato secondo la norma UNI 9614

### 3) RMS – Root Mean Square

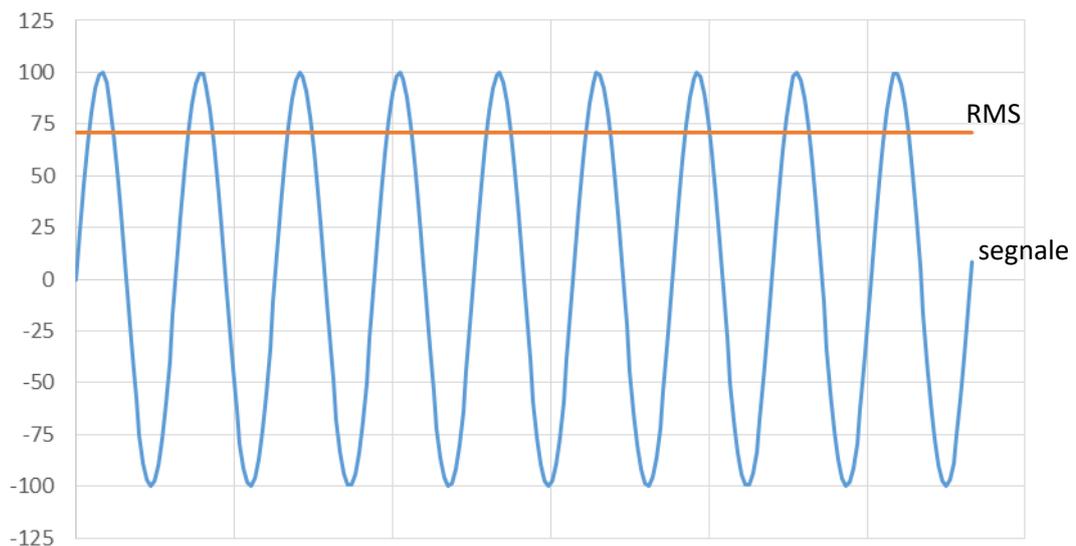
Per valutare l'intensità di un segnale tempovariante in modo sintetico, uno dei modi più semplici è quello di valutare l'energia contenuta nel segnale stesso attraverso il valore RMS, Root Mean Square (valore quadratico medio).

Dal punto di vista analitico il valore RMS per un segnale  $x(t)$  è definito da:

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{\int_0^T x(t)^2 \cdot dt}{T}} \quad (1)$$

Se consideriamo un segnale armonico del tipo  $x(t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$ , integrando su un periodo  $T$  multiplo del periodo del segnale  $\frac{1}{f}$  si ha che

$$x_{RMS} = \frac{A}{\sqrt{2}} \quad (2)$$



Per un segnale discreto è possibile calcolare il valore RMS dalla relazione:

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N}} \quad (3)$$

Infatti si ha:

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{\int_0^T x(t)^2 \cdot dt}{T}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2 \cdot \Delta t}{N \cdot \Delta t}} \quad (4)$$

#### 4) RMS nel dominio delle frequenze

Analizzare il segnale nel dominio del tempo o nel dominio delle frequenze sono due modalità differenti di analizzare la stessa realtà. Per questo motivo, oltre ad analizzare il segnale in termini di RMS nel dominio del tempo, è possibile valutare la stessa quantità a partire dal segnale rappresentato nel dominio delle frequenze.

Sia  $X(f)$  lo spettro del segnale  $x(t)$ , ovvero  $X(f)=F[x(t)]$ . Avendo applicato l'operatore Trasformata di Fourier Discreta lo spettro è rappresentato dalle singole righe spettrali  $X_i=X(f_i)$  (numeri complessi).

Poiché il modulo ogni riga spettrale rappresenta l'ampiezza della singola sinusoidale alla frequenza  $f_i$ , in accordo con quanto indicato dalla (2) si ha che

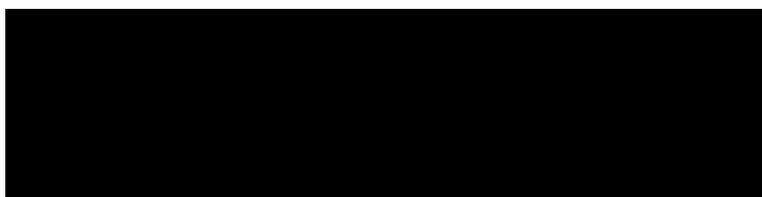
$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N X_i \cdot X_i^*}{2}} \quad (5)$$

dove  $X_i^*$  è il complesso coniugato di  $X_i$

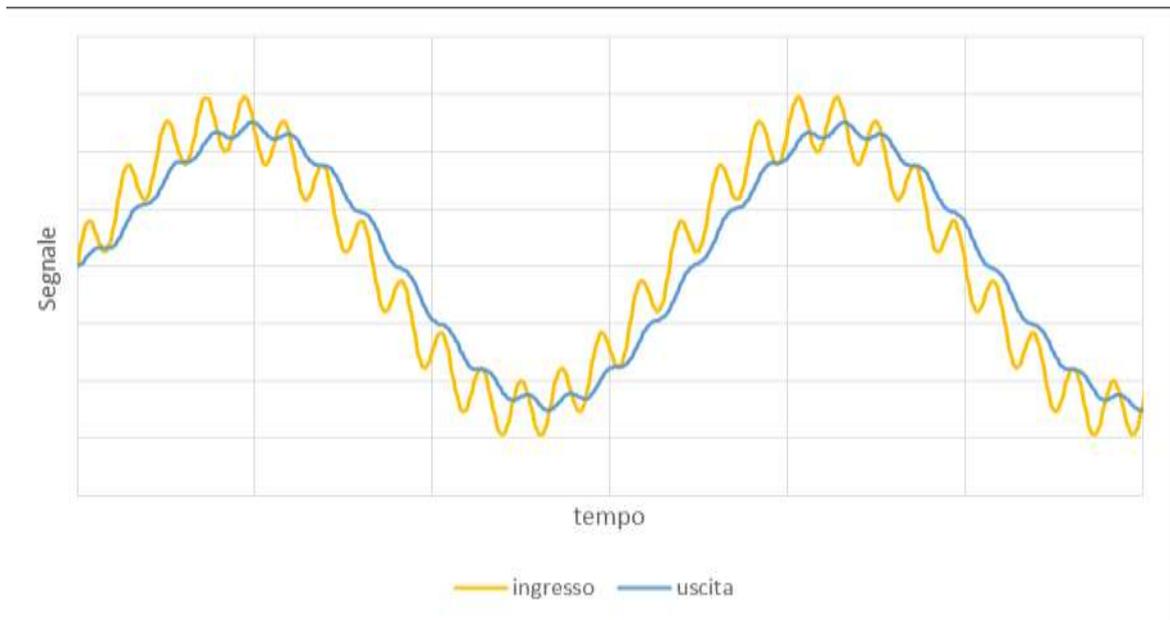
#### 5) Filtraggio e ponderazione

Spesso nella valutazione del livello di vibrazione il valore RMS del segnale viene calcolato andando a valutare in modo differente il segnale a seconda di quale sia la frequenza che lo caratterizza. In genere il valore RMS viene calcolato su un nuovo segnale  $y(t)$  che è ottenuto a partire dal segnale acquisito  $x(t)$  attraverso un'operazione di filtraggio definita pesatura o ponderazione.

Il nuovo segnale viene chiamato segnale ponderato.



L'effetto del filtro è quello di alterare il segnale di ingresso agendo in modo differente sul segnale di uscita in funzione della frequenza del segnale di ingresso.



Normalmente un filtro viene definito attraverso la sua funzione di trasferimento  $H(f)$  che indica quanto sia il fattore di amplificazione/attenuazione del segnale di output rispetto all'input, ovvero quanto la singola armonica alla frequenza  $f$  venga modificata dal filtro in termini di ampiezza. In particolare per ogni frequenza  $f$  si ha:

$$H(f) = \frac{Y(f)}{X(f)}$$

dove  $X(f)$  e  $Y(f)$  indicano l'ampiezza della armonica alla frequenza  $f$ .

### **Filtro in terzi d'ottava**

Solitamente la funzione di trasferimento viene indicata in termini di guadagno in dB (decibel) ovvero

$$dB = 20 \cdot \log_{10} H(f)$$

E dunque è possibile convertire i termini di guadagni del filtro in termini di amplificazione/attenuazione dell'uscita dalla relazione

$$Y(f) = 10^{\frac{dB}{20}}$$

Un modo per indicare la variazione di guadagno di un filtro è quello di indicare la pendenza del filtro in termini di variazione guadagno, espresso in dB, al variare della frequenza espressa in ottave.

Un'ottava è la variazione di frequenza che corrisponde ad un fattore due fra gli estremi dell'intervallo. Fissata per esempio una frequenza di 1 Hz un'ottava è definita da tutte le frequenze comprese fra 1 e 2 Hz. L'ottava successiva per le frequenze fra 2 e 4 Hz, poi da 4 a 8 Hz ecc. ecc.

In campo musicale per esempio, si ha che il *la* centrale ha frequenza 440 Hz, il *la* posto un'ottava sopra ha frequenza 880 Hz, quello un'ottava sotto ha frequenza 220 Hz.

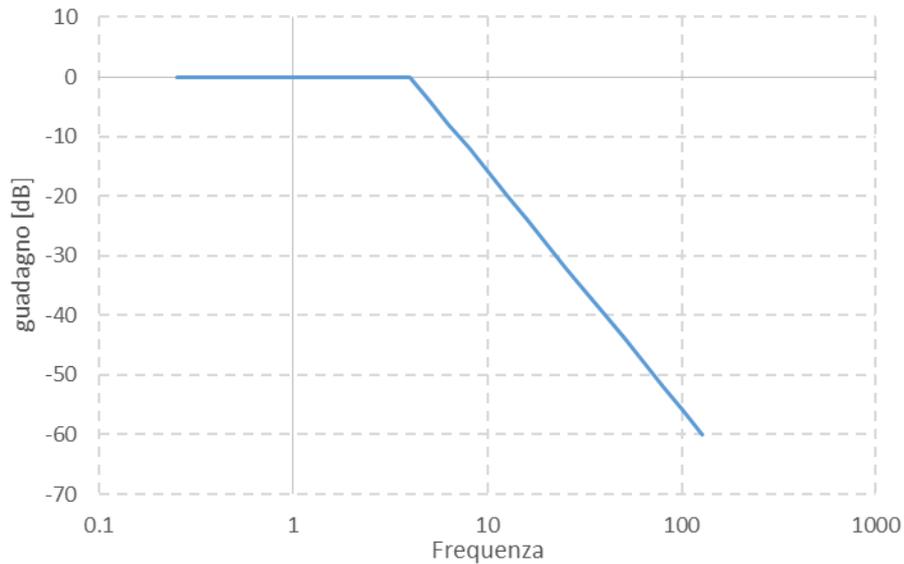
In generale quindi si ha che gli estremi delle ottave sono definite dalla successione:

$$f_i = 2^i \cdot f_0$$

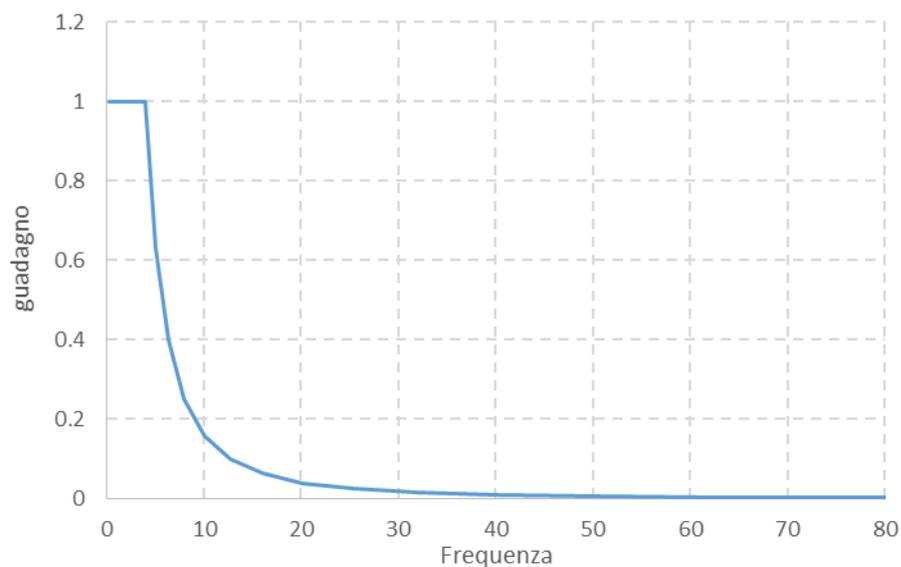
Spesso un'ottava viene divisa in 3 parti con lo stesso criterio (terzi d'ottava) e la successione che definisce gli estremi di ogni terzo d'ottava è dato da

$$f_i = \sqrt[3]{2}^i \cdot f_0 = 2^{\frac{i}{3}} \cdot f_0$$

Per esempio un filtro con guadagno nullo fino a 4 Hz e una pendenza di -4dB/terzo d'ottava (-12 dB/ottava) ha come grafico (bilogarithmico) la seguente rappresentazione.



Riportata invece in assi lineari si ha



Per poter definire il guadagno del filtro (espresso in decibel) ad una frequenza qualsiasi  $f$  oltre la frequenza di taglio è dunque necessario eseguire i seguenti calcoli:

$$H(f) = H_0 + \frac{\Delta H}{\Delta i} (i - i_0)$$

Dove  $H_0$  è il guadagno alla frequenza di taglio  $f_0$ , mentre i valori di  $i$  e  $i_0$  (esponenti per la successione degli estremi delle ottave) sono dati da:

$$i = \log_{\alpha}(f) = \frac{\log(f)}{\log(\alpha)}$$

## Sistema del Primo Ordine – integrazione numerica

Un sistema del primo ordine può essere anche visto come un “filtro” che prende un segnale in ingresso e lo trasforma secondo una funzione di trasferimento.

Consideriamo un sistema del primo ordine con  $k_s=1$  e  $\tau=0.02$  s

$$\tau \cdot \dot{y} + y = x \quad (6)$$

E dunque, in modulo:

$$H(\omega) = \frac{y(\omega)}{x(\omega)} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}}$$

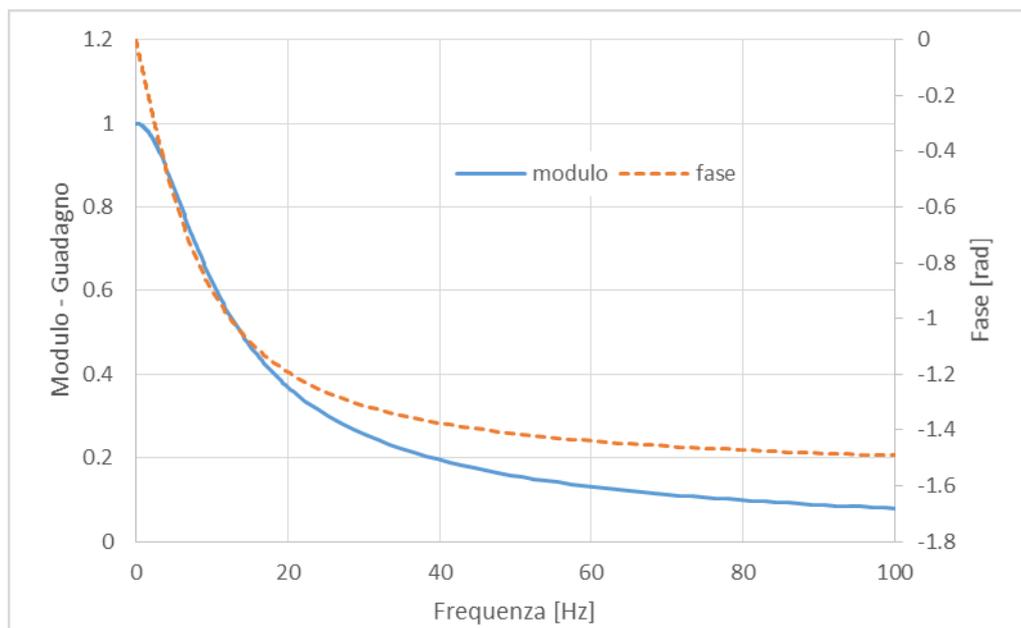
Oppure, utilizzando la trasformata di Laplace, in forma complessa:

$$\tau \cdot s \cdot y + y = x$$

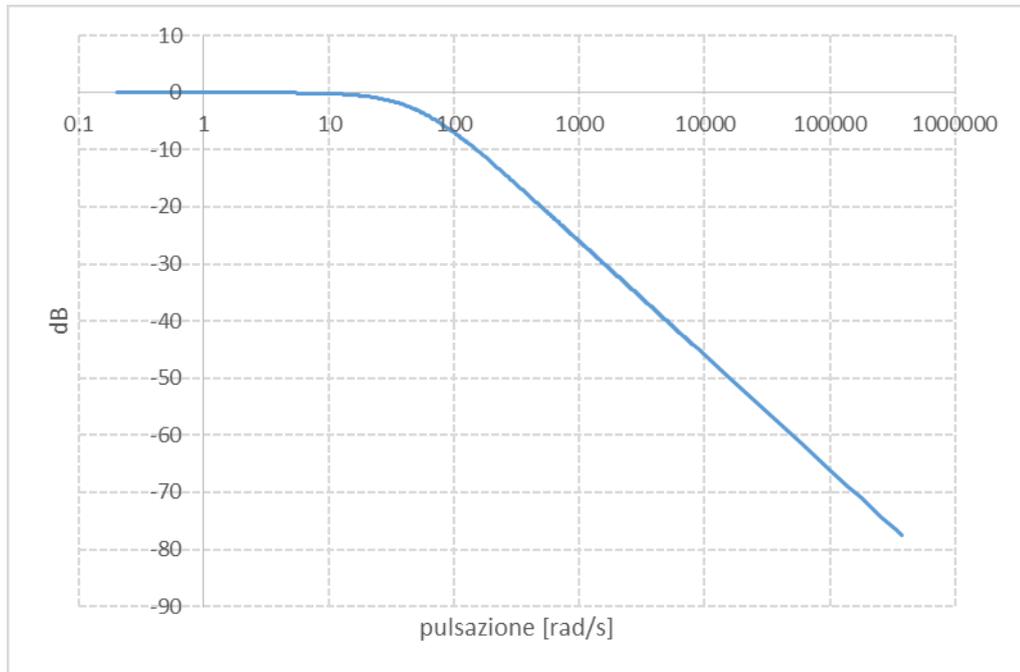
E dunque

$$H(s) = \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{1}{1 + s \cdot \tau}$$

Il diagramma della funzione di trasferimento per questo sistema è il quello canonico per un sistema del primo ordine:



Passando in un grafico bilogarithmico (esprimendo il guadagno in dB) si ha:



E' possibile esplicitare dalla (6) il valore di  $\dot{y}$  (derivata dell'uscita rispetto al tempo)

$$\dot{y} = \frac{x - y}{\tau}$$

E dunque

$$y'(t) = \frac{x(t) - y(t)}{\tau}$$

Quindi ragionando per istanti discreti  $t_i$ , è possibile calcolare  $y(t)$  negli istanti discreti  $t_i$  noto l'ingresso  $x(t)$ , integrando numericamente l'equazione differenziale. In particolare si ha per ogni istante  $t_i$ :

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t \cdot \dot{y}_i$$

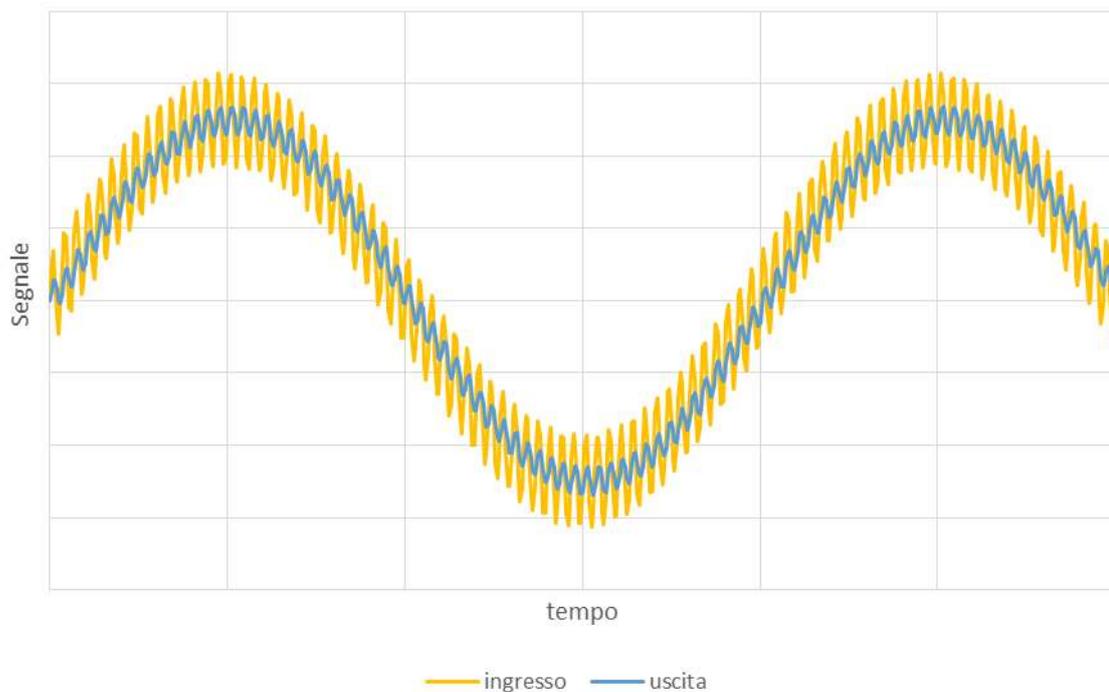
cioè

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t \cdot \frac{x_i - y_i}{\tau}$$

Se ipotizziamo un ingresso  $x(t)$  composto da due armoniche di frequenza e ampiezza rispettivamente

Armonica	Frequenza [Hz]	Ampiezza [mV]
1	0.5	50
2	30	13

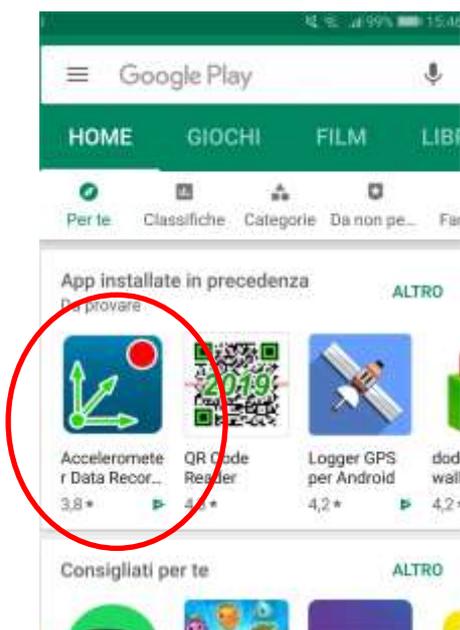
È possibile calcolare, come indicato sopra, ingresso  $x(t)$  e uscita  $y(t)$



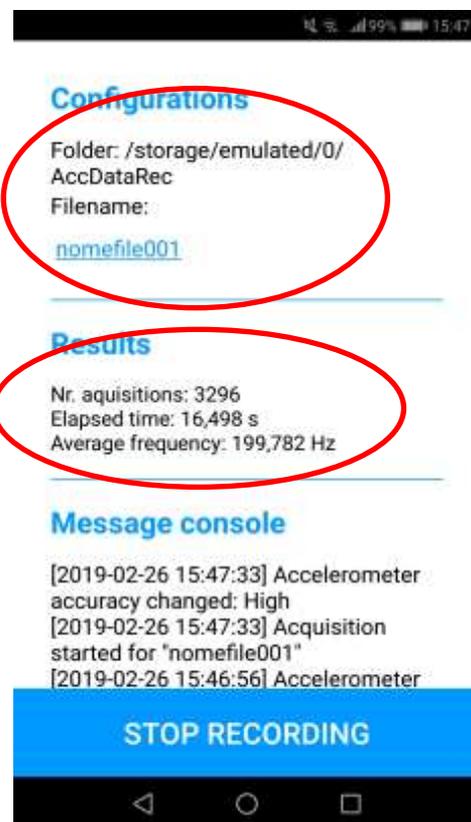
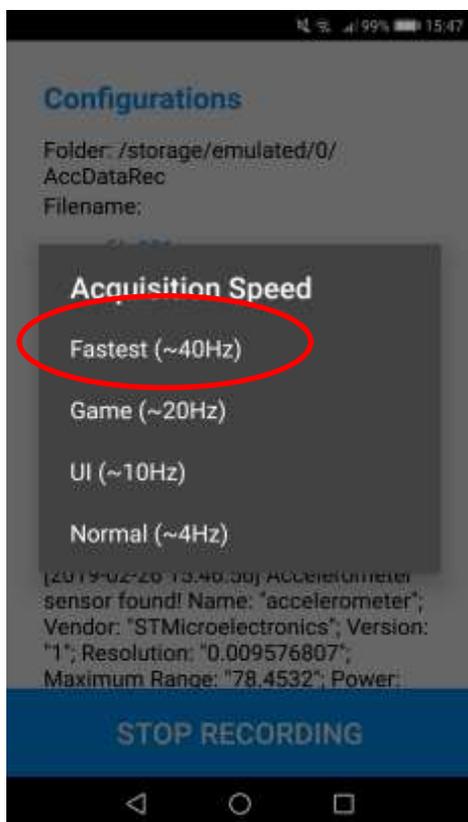
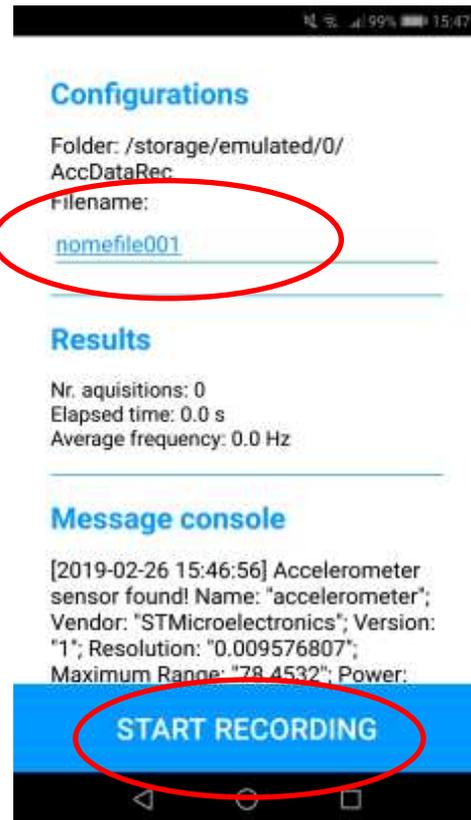
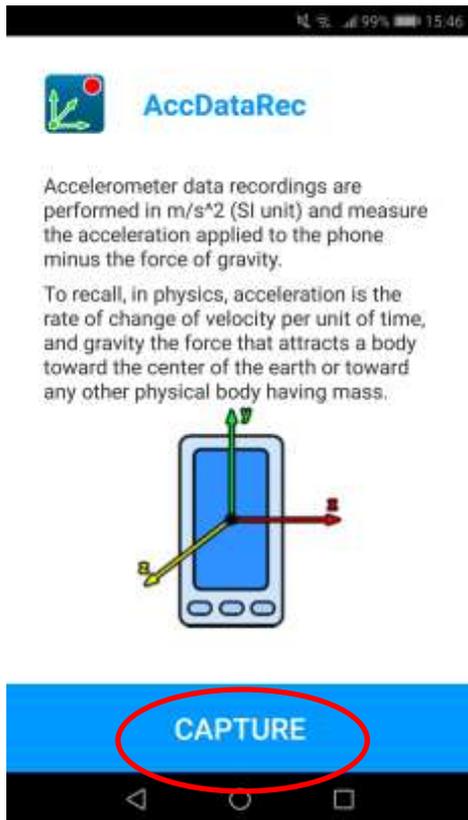
Come è possibile osservare il sistema si comporta da filtro passa-basso con frequenza di taglio pari a  $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{0.02} = 50 \text{ rad/s}$  equivalente a 7.96 Hz.

## 6) Aquisizione di un segnale mediante smartphone

Esistono numerose applicazioni per smartphone che consentono di acquisire il segnale registrato dall'accelerometro triassiale presente nel telefono. In ambiente android si segnala l'applicazione Accelerometer Data Recorder, scaricabile gratuitamente per la piattaforma android.



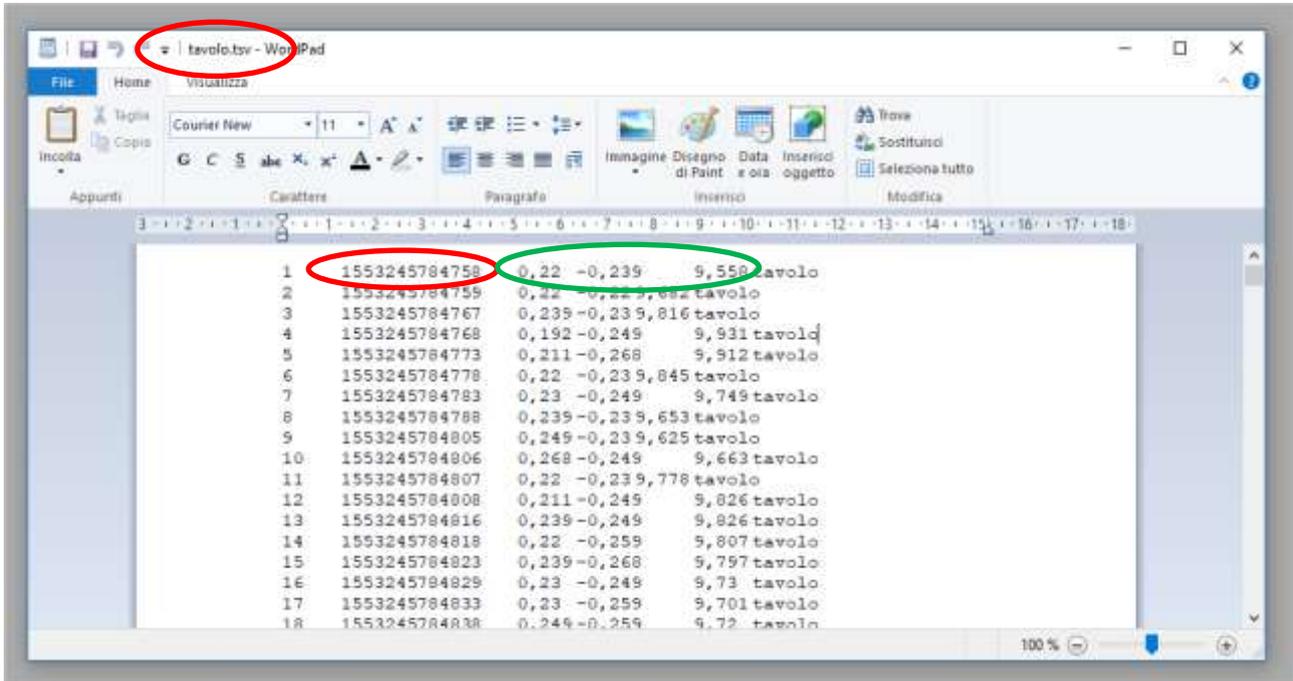
L'applicazione è di facile utilizzo e consente di acquisire e salvare i dati relativi all'accelerazione misurata dalla smartphone.



Una volta salvato nel proprio telefono il file è necessario trasferirlo al PC mediante collegamento (cavetto usb) o mail o altra modalità.

Il file generato dalla app dello smartphone si presenta come indicato nella seguente immagine.

Ogni istante di acquisizione è indicato da un numero intero progressivo, un riferimento all'istante temporale (viene indicato il timestamp espresso in millisecondi – tempo trascorso dalla mezzanotte del 1 gennaio 1970), il valore del segnale in X, Y e Z dell'accelerazione registrata (espressi in  $m/s^2$ ) e il nome del file su cui si è salvata la registrazione.



Si osserva che il separatore decimale utilizzato dalla app è la virgola, quindi prima di procedere all'importazione in excel è necessario provvedere alla sostituzione con il punto.

Nel caso del primo istante, riportando il timestamp in secondi (vengono troncate le ultime 3 cifre rappresentanti i millisecondi) si ha che il numero riportato (1553245784) corrisponde al 23 marzo 2019 ore 10:09:44 .



Si può osservare che le acquisizioni non avvengono con tempo di campionamento costante se non dopo alcuni istanti.

La frequenza di acquisizione massima effettiva dipende dal dispositivo utilizzato.