

Analisi in Frequenza dei Segnali

Segnali statici e segnali dinamici

Comunemente si classificano i segnali le grandezze fisiche in **segnali STATICI** e **segnali DINAMICI**.

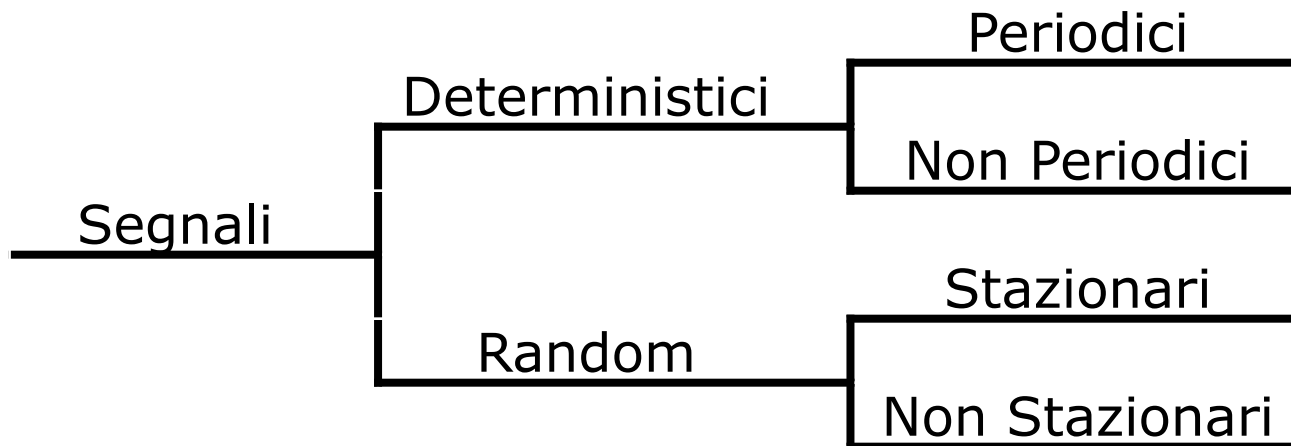
Tuttavia questa distinzione non ha ragione di essere in quanto ogni fenomeno che può essere osservato presenta elementi di variabilità nel tempo

Con grandezze STATICHE (segnali statici) si intendono quelle per cui la variazione della grandezza stessa risulta inferiore rispetto alla soglia di sensibilità dello strumento con cui si effettua la misura della grandezza in esame.

Viceversa con grandezze DINAMICHE (segnali dinamici) si intendono quelle la cui variabilità risulta superiore alla soglia di sensibilità della strumento con cui si effettua la misura della grandezza stessa.

Segnali statici e segnali dinamici

L'analisi temporale delle grandezze tempo-varianti ha come obiettivo quello di verificare se il fenomeno presenta aspetti di ripetitività (segnali deterministici) o meno (segnali casuali o random) o caratteristiche di unicità (segnali transitori). In questo senso i segnali possono essere classificati secondo il seguente schema:



Segnali statici e segnali dinamici

L'elaborazione di segnali tempovarianti viene comunemente eseguita per via numerica e dunque è necessario preventivamente operare conversione analogico/digitale del segnale in oggetto.

Questa operazione prevede due attività che sono la discretizzazione del segnale (**quantizzazione**) e la discretizzazione del tempo (**campionamento**)

Analisi in frequenza

Dall'analisi matematica si ha un teorema che dimostra che, sotto ipotesi piuttosto ampie, **un qualsiasi segnale può essere visto come somma di un numero (eventualmente infinito) di componenti armoniche.**

Questo ci consente di scomporre un segnale in somma di tante componenti armoniche (sinusoidi) e quindi di studiare quali frequenze sono presenti nel segnale.

Con **analisi in frequenza** si intende osservare/analizzare un segnale scomposto in tutte le sue componenti armoniche singole.

Interpolazione trigonometrica

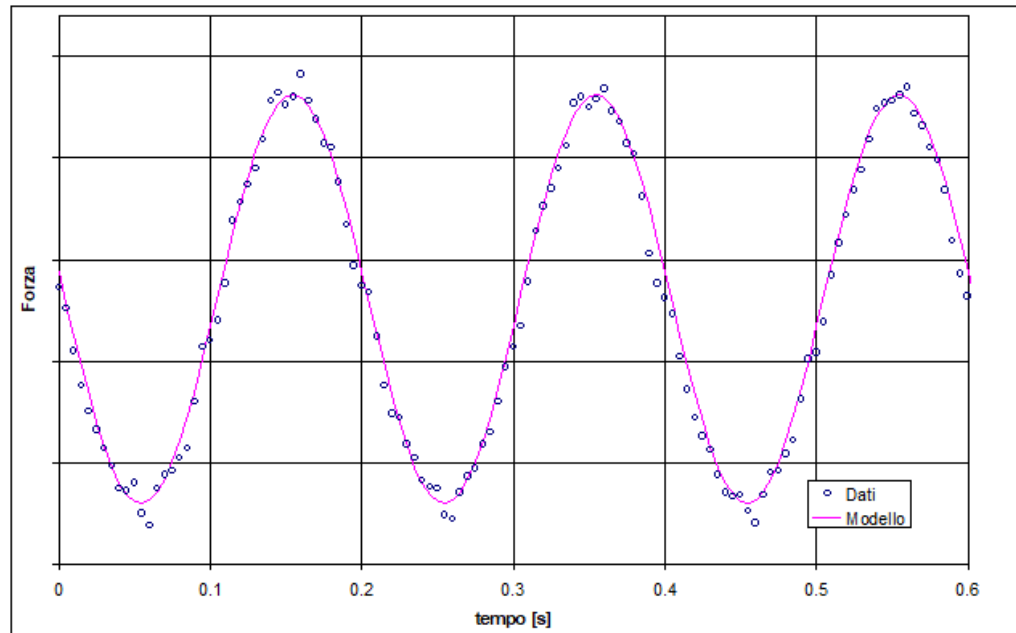
Si supponga di avere un segnale nel dominio del tempo campionato con un numero N di punti distanti fra loro una quantità temporale pari a Δt , ovvero siano campionati con una frequenza di campionamento pari a $f_c = \frac{1}{\Delta t}$.

Dal punto di vista matematico possiamo ipotizzare dunque che siano noti N punti $g_k = g(t_k)$ con $k=0..N-1$
con $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ per ogni k

Graficamente possiamo pensare dunque di avere, nel piano tempo-segnale, N punti (t_k, g_k) distinti.

Interpolazione trigonometrica

Si supponga inoltre di conoscere il segnale originario come un segnale armonico ad una frequenza f nota (per esempio un segnale armonico a 5 Hz).



Il problema dell'interpolazione trigonometrica consiste nel voler determinare la *migliore* sinusoide che approssimi i dati raccolti.

Interpolazione trigonometrica

Si vuole dunque trovare un modello per i dati sperimentali del tipo

$$g(t) = A \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t) + B \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

Dove f è la frequenza del segnale (nota).

Si procede in modo del tutto analogo a quanti visto nel caso generale per il problema dei minimi quadrati, cioè:

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{N-1} (\cos(2\pi \cdot f \cdot t_k))^2 & \sum_{k=0}^{N-1} (\cos(2\pi \cdot f \cdot t_k) \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t_k)) \\ \sum_{k=0}^{N-1} (\cos(2\pi \cdot f \cdot t_k) \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t_k)) & \sum_{k=0}^{N-1} (\sin(2\pi \cdot f \cdot t_k))^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{N-1} (\cos(2\pi \cdot f \cdot t_k) \cdot g_k)^2 \\ \sum_{k=0}^{N-1} (\sin(2\pi \cdot f \cdot t_k) \cdot g_k)^2 \end{bmatrix}$$

Interpolazione trigonometrica

La risoluzione del problema ai minimi quadrati fornisce i parametri del modello (A e B).

Noti i coefficienti del polinomio trigonometrico A e B è possibile definire due nuove quantità di interesse:

$$M = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \varphi = \text{atan2}(B, A)$$

(modulo) (fase)

Tuttavia in generale non è possibile operare in questo modo in quanto non è nota la frequenza f del segnale che si vuole elaborare.